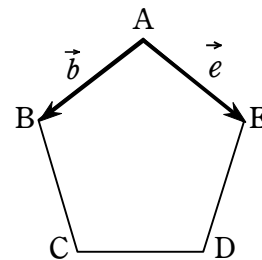


## もやらの数学「1日1題」

- 5 正五角形 ABCDE において、 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AE} = \vec{e}$  とおくとき、 $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{ED}$  を  $\vec{b}$ ,  $\vec{e}$  を用いて表せ。  
(答えのみでよい)



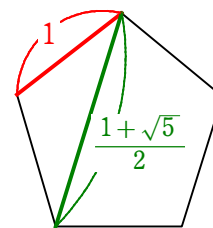
【数学B「ベクトル」難易度 ★★★★★ (入試標準レベル)】

解説

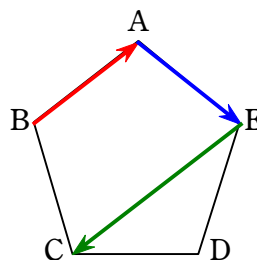
正五角形は

$$(1\text{辺}) : (\text{対角線}) = 1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

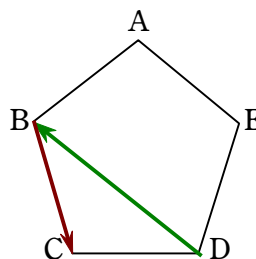
役立つ場面は多いので、覚えておく！



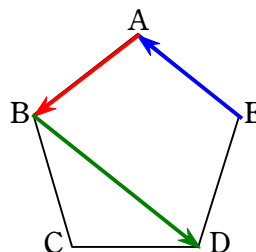
$$\begin{aligned} (1) \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC} \\ &= -\vec{b} + \vec{e} + \frac{1+\sqrt{5}}{2}\vec{b} \\ &= \frac{\sqrt{5}-1}{2}\vec{b} + \vec{e} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (2) \overrightarrow{DC} &= \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC} \\ &= \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cdot (-\vec{e}) + \left( \frac{\sqrt{5}-1}{2}\vec{b} + \vec{e} \right) \\ &= \frac{\sqrt{5}-1}{2}\vec{b} + \frac{1-\sqrt{5}}{2}\vec{e} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (3) \overrightarrow{ED} &= \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} \\ &= -\vec{e} + \vec{b} + \frac{1+\sqrt{5}}{2}\vec{e} \\ &= \vec{b} + \frac{\sqrt{5}-1}{2}\vec{e} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$



(参考) 対角線の長さについて (略証)

1辺の長さを1, 対角線の長さを  $x$  とする。

$\triangle BAC \sim \triangle FAB$  であるから,

$$x : 1 = 1 : (x-1) \text{ より } x(x-1) = 1$$

$$x^2 - x - 1 = 0 \text{ を解くと, } x > 0 \text{ から } x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

