

もやらの数学「1日1題」

7 2次方程式  $x^2 - 2ax + 4 = 0$  が次の条件を満たすような、 $a$  の値の範囲を求めよ。

- (1)  $0 < x < 3$  の範囲に異なる2解をもつ
- (2) 1より大きい解と、1より小さい解をもつ

【数学I「2次関数」難易度★★☆☆☆（入試基礎レベル）】

解説

2次方程式の「解の配置」は、グラフ(放物線)を描いて、

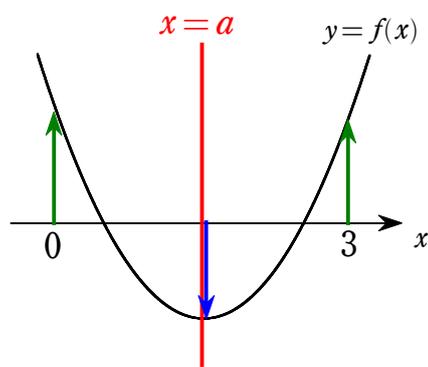
- ① 軸
  - ② 頂点
  - ③ 端点
- の位置に着目！

$f(x) = x^2 - 2ax + 4$  とおく。

$f(x) = (x - a)^2 - a^2 + 4$  [平方完成]

軸： $x = a$ ， 頂点(y座標)： $a^2 + 4$

- (1)  $\begin{cases} 0 < a < 3 & \text{(① 軸が「0と3の間」)} \\ -a^2 + 4 < 0 & \text{(② 頂点が「下」)} \\ f(0) > 0 & \text{(③ } x=0 \text{ のとき「上」)} \\ f(3) > 0 & \text{(③ } x=3 \text{ のとき「上」)} \end{cases}$



よって、

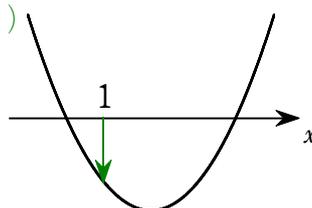
$$\begin{cases} 0 < a < 3 \\ a < -2, 2 < a \\ 4 > 0 \text{ (常に成り立つ)} \\ 13 - 6a > 0 \text{ より } a < \frac{13}{6} \end{cases}$$

共通範囲を求めて  $2 < a < \frac{13}{6}$  (答)

- (2)  $f(1) < 0$  (③  $x=1$  のとき「下」)

よって、 $5 - 2a < 0$

$\therefore a > \frac{5}{2}$  (答)



端点またぐなら  
③ 端点  
のみで良い！