

Σの公式とΣの計算全パターン。Σの考え方のすべて 解答

$$\sum_{k=1}^n {}_n C_k$$

解答

$$\sum_{k=1}^n {}_n C_k = \underline{{}_n C_1 + {}_n C_2 + \cdots + {}_n C_n}$$

$(1+x)^n$  を二項定理により展開すると、

$$(1+x)^n = {}_n C_0 + {}_n C_1 x + {}_n C_2 x^2 + \cdots + {}_n C_n x^n \quad \cdots (\star) \text{ [この}(\star)\text{を作るのが定石]}$$

( $\star$ )に  $x=1$  を代入すると、

$$2^n = {}_n C_0 + \underline{{}_n C_1 + {}_n C_2 + \cdots + {}_n C_n}$$

よって、求める和は、

$$\underline{{}_n C_1 + {}_n C_2 + \cdots + {}_n C_n} = 2^n - {}_n C_0 = \mathbf{2^n - 1} \quad \cdots (\text{答})$$