

Σの公式とΣの計算全パターン。Σの考え方のすべて 解答

$$\sum_{k=1}^n 2k \cdot 3^{k-1}$$

解答

$$\sum_{k=1}^n 2k \cdot 3^{k-1} = S \text{ とおく。}$$

$$S = 2 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 6 \cdot 3^2 + \cdots + 2n \cdot 3^{n-1}$$

$$3S = 2 \cdot 3 + 4 \cdot 3^2 + \cdots + 2(n-1) \cdot 3^{n-1} + 2n \cdot 3^n$$

よって,

$$3S - S = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + \cdots + 2 \cdot 3^{n-1} - 2n \cdot 3^n$$

$$= 2 \cdot \frac{3^n - 1}{3 - 1} - 2n \cdot 3^n \quad [\text{等比数列の和}]$$

$$-2S = (1 - 2n) \cdot 3^n - 1$$

$$S = \frac{1}{2} \{ (2n - 1) \cdot 3^n + 1 \} \quad \cdots \text{ (答)}$$