対偶法　1問目の解答

自然数 n について「n^2 が偶数 $\Longrightarrow n$ は偶数」であることを証明せよ。

(証明)

対偶「n が奇数 $\Longrightarrow n^2$ は奇数」を示す。【対偶法】

n が奇数のとき，

$n=2k-1$ (k：自然数) と表せる。

よって，

$n^2=(2k-1)^2=4k^2-4k+1=2(2k^2-2k)+1=$(奇数)　(∵$2k^2-2k$ は整数より)

よって，対偶は真。

もとの対偶はもとの命題と真偽が一致するので，もとの命題も真である。（証明終了）

＜別解＞合同式を用いた証明（推奨）

対偶「n が奇数 $\Longrightarrow n^2$ は奇数」を示す。【対偶法】

n が奇数のとき　$n\equiv 1 \pmod 2$

このとき，

$n^2\equiv 1^2\equiv 1 \pmod 2$

よって，n^2 は奇数である。

したがって，対偶は真。

もとの対偶はもとの命題と真偽が一致するので，もとの命題も真である。（証明終了）